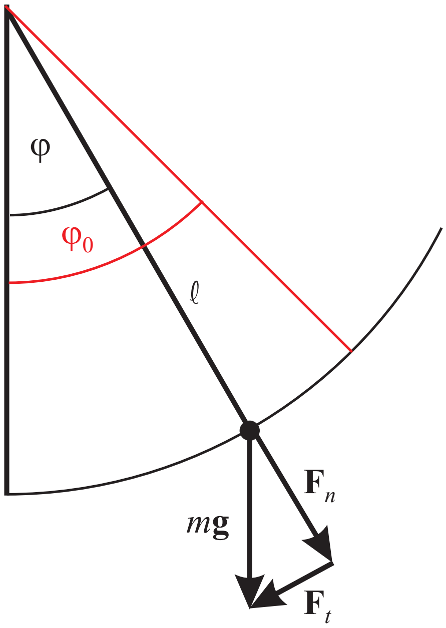
Übungen Analytische Mechanik WS 2005: 2. Übungsblatt
Kinematik und Dynamik des Massenpunktes

1. Das mathematische Pendel:



Das mathematische Pendel besteht aus einem Massenpunkt m, an einer gewichtslosen, starren Stange der Länge ℓ, welche nur in einer Ebene schwingen kann. Beschreiben Sie die Bewegung des Massenpunktes unter dem Einfluß der Schwerkraft $\mathbf{G} = m\mathbf{g}$ und unter der Annahme, daß nur kleine Winkel φ zugelassen sind. Die Anfangsbedingung ist durch $t = 0, \quad \varphi = \varphi_0, \quad \dot{\varphi} = 0$ vorgegeben.
Hinweis: Man schreibt die NEWTONsche Bewegungsgleichung für die Normalkomponente $\mathbf{F}_n$ und die Tangetialkomponente $\mathbf{F}_t$ getrennt auf. Der Massenpunkt beschreibt eine Kreisbahn (wie angedeutet), welche am besten mit φ parametrisiert angeschrieben wird.

2. Ein/Eine Fallschirmspringer/in (Masse $m = 70\,\mathrm{kg}$) springt in einer Höhe von $3000\,\mathrm{m}$ ab. Der Fallschirm öffnet sich bei Erreichen einer Maximalgeschwindigkeit von $30\,\mathrm{ms}^{-1}$.

   (a) Welche Zeit vergeht bis zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit, wenn angenommen wird, dass der Luftwiderstand proportional der Geschwindigkeit ist?

   (b) Welche Distanz wurde bis zum Erreichen der Maximalgeschwindigkeit zurückgelegt?

   (c) Ist aufgrund obiger Ergebnisse die Annahme, dass der Luftwiderstand proportional zur Geschwindigkeit ist, aufrecht zu erhalten?

3. Ein Impuls $\mathbf{p}$ verändert die Geschwindigkeit eines Massenpunktes m von $\mathbf{v}_A$ auf $\mathbf{v}_E$. Zeigen Sie, dass der Gewinn an kinetischer Energie gleich $\mathbf{p}(\mathbf{v}_A + \mathbf{v}_E)/2$ ist.

4. Welche Integrale der Bewegung existieren für das Kraftfeld $\mathbf{F} = \alpha(\mathbf{v}\,\mathbf{r})\mathbf{r}, \quad \alpha =$ konst?

5. Ein Massenpunkt m steht unter dem Einfluß einer Kraft $\mathbf{F}(t) = \alpha\,\mathbf{v}(t) \times \mathbf{B}$, mit $\mathbf{v}(t)$ der Geschwindigkeit des Massenpunktes zum Zeitpunkt t, $\mathbf{B}$ einem zeitlich und räumlich konstanten Vektorfeld und α einer Proportionalitätskonstanten. (Eine ähnliche Kraft tritt in der Elektrodynamik als eine Komponente

der LORENTZ-Kraft auf.) Der Massenpunkt befinde sich zur Zeit $t = 0$ im Ursprung und habe die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$, mit $\mathbf{v}_0 \perp \mathbf{B}$. Somit liegt eine *ebene* Bewegung vor. Bestimmen Sie die Teilchenbahn und insbesonders die Tangential- und Normalkomponenten der Beschleunigung, welchen der Massenpunkt unter dem Einfluß der Kraft $\mathbf{F}$ ausgesetzt ist. Gibt es eine Erhaltungsgröße?