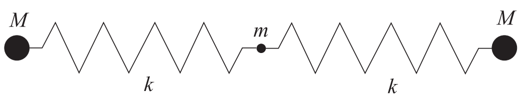
Übungen Analytische Mechanik WS 2005: 2. Test

1. Lagrange II

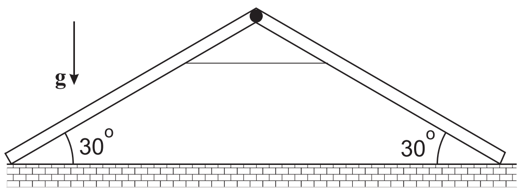
   Ein Teilchen der Masse m wird von einem Kraftzentrum angezogen. Die von diesem Zentrum ausgehende Kraft variiert mit der inversen dritten Potenz des Abstandes vom Kraftzentrum. (Proportionalitätskonstante k.) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Teilchens und diskutieren Sie mögliche Teilchenbahnen. (Es ist günstig die Substitution $u = 1/r$ zu verwenden.)

2. Schwingung

   Bestimmen Sie die Frequenzen der Normalschwingungen der longitudinalen Bewegung der im Bild dargestellten Anordnung von Massen ($M > m$) und Federn (Federkonstante k).

3. Starrer Körper

   Zwei dünne Balken der Masse m, der Länge ℓ und mit dem Trägheitsmoment $m\ell^2/(12)$ um die horizontale Achse durch den Schwerpunkt sind über ein masseloses Scharnier und einen Faden verbunden.

   Das System ruht auf einer glatten Oberfläche, wie im Bild dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Faden durchgeschnitten und für $t > 0$ kann die Masse des Fadens und des Scharniers vernachlässigt werden.

   (a) Mit welcher Geschwindigkeit trifft das Scharnier am Boden auf?

   (b) Wieviel Zeit vergeht bis das Scharnier am Boden auftrifft. (Die Angabe des bestimmten Integrals ist ausreichend.)

   Beachten Sie bitte:

   $$\ddot{a} = \frac{1}{2}\frac{d}{da}\left(\dot{a}^2\right).$$

4. Fluidmechanik

   Wir untersuchen den instationären Fluß

   $$\mathbf{u}(t) = (u_0,\, kt,\, 0)\,, \quad u_0, k > 0.$$

   Zeigen Sie, dass die Stromlinien Gerade sind und skizzieren Sie diese zu zwei verschiedenen Zeitpunkten. Zeigen Sie ebenfalls, dass jedes Fluidelement einem parabolischen Pfad als Funktion der Zeit folgt.