Elektrodynamik

E. Schachinger und W. Koller

27. Februar 2003

Diese Lernunterlage zur gleichnamigen Vorlesung wurde weitestgehend nach dem Lehrbuch von Rainer J. Jelitto, *Theoretische Physik 3: Elektrodynamik, Aula Verlag, Wiesbaden (1987)* gestaltet.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Grundsätzliches

Wir wollen mit einem kurzen Blick auf die Newtonsche Mechanik beginnen. In ihr wird der Begriff des **Inertialsystemes** und als Ursache von Beschleunigungen relativ zum Inertialsystem der Begriff der **Kraft** eingeführt. Eine solche Kraft erfährt ein Massenpunkt, und diese Kraft wird sehr häufig von der Lage des Massenpunktes im Raum abhängen. Dies führt zur Einführung des **Kraftfeldes** $\mathbf{K}(\mathbf{r})$, und ein Massenpunkt, welcher sich im Raumpunkt $\mathbf{r}_0$ befindet, erfährt dann die Kraft $\mathbf{K}_0 = \mathbf{K}(\mathbf{r}_0)$. In der Mechanik wird aber nie die *Ursache* einer solchen Kraft diskutiert (da sie für die Mechanik selbst irrelevant ist).

Eine weitere Frage wurde im Zusammenhang mit Kraftfeldern in der Mechanik nicht untersucht: sind solche Kraftfelder ausschließlich ein nützliches mathematisches Konzept, oder kommt ihnen physikalische Bedeutung zu? Was geschieht, wenn wir nach $\mathbf{r}_0$ keinen Massenpunkt bringen? Ist die Eigenschaft auf einen Körper am Ort $\mathbf{r}_0$ eine Kraft $\mathbf{K}_0$ auszuüben bereits im Raumpunkt $\mathbf{r}_0$ 'verborgen', oder ist es erst dann sinnvoll von diesem Feld zu sprechen, wenn der Körper vorhanden ist? Also: gibt es einen "Zustand des Raumes" an sich? Ein typisches Beispiel, welches diese Frage unmittelbar mit "ja" beantworten läßt, ist ein Schallfeld, welches im Raum existieren kann, unabhängig davon, ob irgendwo ein Ohr ist, das hinhört. Aber ganz so einfach ist es doch nicht! Es ist zunächst zu untersuchen, ob es überhaupt physikalische Methoden (Mittel) gibt, welche es uns erlauben, eine solche Frage zu beantworten.

Wir können zunächst aber etwas unmittelbar feststellen: es kann nicht das Kraftfeld selbst sein, welchem die vermutete absolute Bedeutung zukommt, denn wäre es so, so müßte $\mathbf{K}(\mathbf{r})$ von den Eigenschaften des Probekörpers gänzlich unabhängig sein. Es gibt aber 'Sorten' von Kräften, welche gerade mit solchen Eigenschaften zusammenhängen, wie etwa die Gravitationskraft.

Zurück zur Frage der Entscheidbarkeit mit physikalischen Mitteln: wir nehmen zwei Massenpunkte, und $\mathbf{K}_{12}$ ist die von ihrem Abstand abhängige Kraft, die Massenpunkt 1 auf Massenpunkt 2 ausübt. Nehmen wir nun an, der Raum habe mit der Kraft nichts zu tun: beide Massen wirken dann **unmittelbar** aufeinander *(Fernwirkung)*. Dann muß sich jede Änderung am Massenpunkt 1 (etwa die Änderung des Abstandes) **instantan** (unverzögert) dem Massenpunkt 2 mitteilen: *die Wirkung breitet sich mit unendlicher Geschwindigkeit aus.*

Nehmen wir jetzt an, daß der Massenpunkt 2 als 'Sonde' auf einen Zustand des Raumes im Orte $\mathbf{r}_2$ reagiert, welcher durch die Existenz des Massenpunktes 1 im Orte $\mathbf{r}_1$ bedingt ist, so **kann** es sein, daß diese Sonde erst nach endlicher, vom Abstand $|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ abhängiger Zeit von der 'Änderung' and der 'Quelle' (Massenpunkt 1) erfährt. Eine solche beeinflußt zunächst den Zustand des Raumes in ihrer unmittelbaren Umgebung, und diese Zustandsänderung wirkt dann auf die weitere Nachbarschaft und breitet sich auf diese Weise aus *(Nahwirkung)*: *die Wirkung pflanzt sich mit endlicher Geschwindigkeit fort.* (Wie etwa beim Schall, welcher sich mit endlicher Geschwindigkeit, der Schallgeschwindigkeit, ausbreitet.)

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wirkung kann somit als Kriterium herangezogen werden um zwischen den beiden Hypothesen zu entscheiden. Es ist bereits bekannt, daß die **Lichtgeschwindigkeit** die absolute Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Wirkung ist, womit auch die obige Fragestellung beantwortet werden konnte. All diesen Überlegungen folgend ist die Newtonsche Mechanik eine reine Fernwirkungstheorie, da ja schon allein der Satz von *actio = reactio* instantane Wirkungsübertragung fordert!

Es bedarf also nicht-mechanischer Theorien, um Kräfte, die in der Mechanik auftreten, zu **erklären** und zweitens kann es sein, daß solche Theorien Nahwirkungstheorien sind, also von **Zuständen des Raumes** handeln. Die Elektrodynamik, welche die Beschreibung elektromagnetischer Phänomene zum Ziel hat und ihre Gesetzmäßigkeiten untersucht, ist eine solche Nahwirkungstheorie.

1.2 Historisches

Ein axiomatisches Konzept der Elektrodynamik wurde von SOMMERFELD (1868 - 1951) in seinem Sammelband über Kursvorlesungen aus theoretischer Physik vorgestellt. In seiner Zeit hat nämlich ein gewaltiger Umschwung in den Anschauungen elektrodynamischer Phänomene stattgefunden. Er schrieb:

> "Es fiel mir wie Schuppen von den Augen, als ich die große Abhandlung von Heinrich HERTZ (1857-1894) 'Über die Grundlagen der Elektrodynamik für ruhende Körper' las."

In diesem Buch werden erstmals die von HEAVISIDE und HERTZ bereinigten MAXWELL (1831 - 1879) Gleichungen **axiomatisch** an die Spitze der Elektrodynamik gestellt. Hier ist zunächst wesentlich, daß postuliert wird, daß alle Wirkungen vom elektromagnetischen Feld übertragen werden. An die Stelle des Prinzips der Fernwirkung tritt also die schon von GAUSS postulierte **Nah-** oder **Feldwirkung**.

Nach dem alten Konzept war es ja so, daß neben dem COULOMB-Gesetz, das BIOT-SAVARTsche Gesetz und das AMPÈREsche Gesetz die Wirkung zweier Stromelemente aufeinander beschrieben haben und ihre Konkurrenten, die Gesetze von GRASSMANN, GAUSS, RIEMANN, CLAUSIUS und als Krönung derselben das Gesetz von WEBER eingeführt wurden. Diese sind alle nach dem Vorbild der Newtonschen Fernwirkung konzipiert. Dies ist umständlich, inkohärent und führt zu keiner geschlossenen theoretischen Beschreibung.

1.3 Das Wesen der Elektrodynamik

Der Gegenstand der Elektrodynamik ist die Beschreibung der elektromagnetischen Phänomene und ihrer Gesetzmäßigkeiten. Ihr Gültigkeitsbereich ist größer als der der klassischen Mechanik: sie genügt den Anforderungen der Relativitätstheorie in sich. Wir werden daher auch die Gesetze der speziellen Relativitätstheorie aus der Elektrodynamik entwickeln.

Wir werden die Elektrodynamik durch die Angabe einiger weniger Grundeigenschaften und -gesetzmäßigkeiten beschreiben. Letztere sind dann die **Postulate** bzw. **Prinzipien der Theorie**. Die Basis werden die **MAXWELLschen Gleichungen** bilden, welche der differentielle Ausdruck einiger integral unmittelbar anschaulicher Grundaussagen sind. Man könnte aber noch wesentlich tiefer gehen, indem man von einem Hamiltonschen Prinzip ausgeht, aus welchem dann die MAXWELLschen Gleichungen als Euler-Lagrange Gleichungen (Feldgleichungen) folgen. Dies geschieht in völliger Analogie zur Hamilton-Lagrange Formulierung der klassischen Mechanik.

Die verschiedenen Grundgrößen der Elektrodynamik **definieren** zu jeder Zeit einen **Zustand des Raumes**, der durch ihren Wert an jedem seiner Punkte bestimmt ist.

> *Der Raum, der den Zustand trägt ist ein* **Kontinuum** *und deswegen ist die Elektrodynamik eine* **Kontinuums-** *oder* **Feldtheorie**.

Zustandsänderungen in einem Punkt teilen sich zunächst der unmittelbaren Umgebung dieses Punktes mit. Das mathematische “Werkzeug” zur Beschreibung eines solchen Sachverhaltes sind partielle Differentialgleichungen.